

Unidad 1

Tensiones Normales y Cortantes simples en sistemas Isostáticos.

1.1 Objetivos

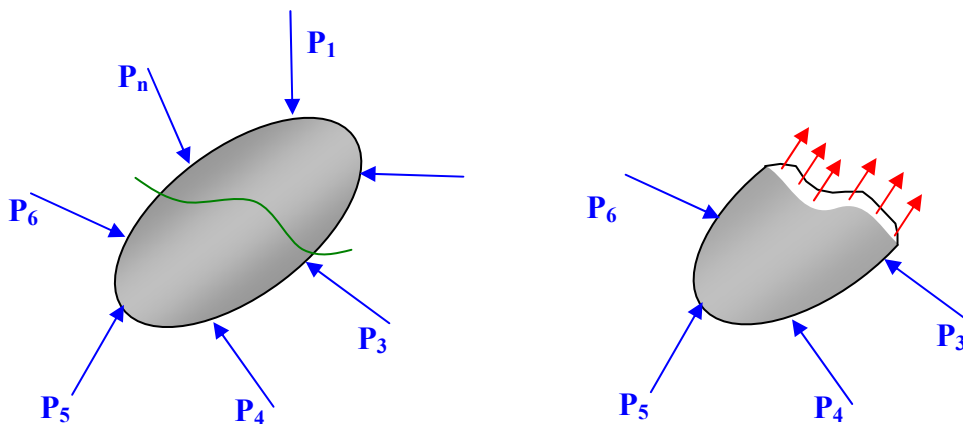
Al terminar el estudio de esta unidad usted deberá ser capaz de resolver los siguientes objetivos trazados para el Estudio de tensiones normales y cortantes en sistemas Isostáticos.

1. Definir y conocer que estudia la resistencia de materiales.
2. Conocer y comprender las hipótesis básicas de resistencia.
3. Definir que son las tensiones o esfuerzos normales y cortantes.
4. Resolver problemas de elementos estructurales en sistemas Isostáticos.
sometidos a fuerzas normales y cortantes

1.2 Introducción

A diferencia de la **Estática**, que trata del estudio del equilibrio de las fuerzas que componen un sistema, sobre cuerpo rígido, la **Mecánica de Materiales** se ocupa del estudio de los efectos causados por la acción de cargas externas sobre un sólido deformable; analizando las fuerzas y deformaciones que se producen en su interior, además de las relaciones que existen entre ellas, permitiéndole al ingeniero, con base a estos análisis tomar decisiones acerca de los materiales a usar, su tamaño y forma correcta de las piezas o elementos de un sistema dado, además de tener la capacidad poder definir y concluir si una pieza o elemento es capaz de resistir un sistema de cargas propuesto.

Sea un sólido deformable como muestra la figura, sometido a cargas externas.



Lo que queremos conocer es que sucede en el interior del sólido deformable, respecto a las fuerzas y deformaciones en cualquier sección del mismo, de tal forma de poder definir el material, tamaño y forma del sólido en otras palabras poder dimensionar el elemento.

Para dimensionar una pieza o elemento, es necesario que conocer de ellos tres propiedades:

- Resistencia
- Rigidez
- Estabilidad

Resistencia.- Capacidad que tiene el interior del sólido deformable de soportar cargas antes de romperse.

Rigidez.- Capacidad que tiene el interior del sólido deformable de contrarrestar deformaciones.

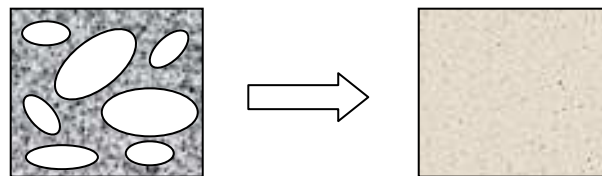
Estabilidad.- Capacidad que tiene el sólido deformable de mantener su equilibrio estático.

1.3 Hipótesis básicas de resistencia de materiales.

1.3.1 Hipótesis de continuidad del material

Se supone que el material llena, totalmente el volumen que ocupa. La teoría atómica de la composición discreta de la materia no se la toma en consideración.

Ejemplo: El Hormigón, es un material compuesto por otros materiales que son cemento, arena, grava y agua y si se estudia por separado la resistencia de cada uno de los componentes del hormigón sería demasiado complejo por eso se considera como un solo material llamado continuo llamado Hormigón



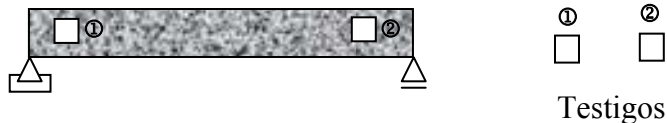
- Cemento
- Arena
- Grava
- Agua

Hormigón
 σ_i, δ_i

1.3.2 Hipótesis de Homogeneidad

Se supone que el material tiene las mismas propiedades físicas y mecánicas en todo su volumen

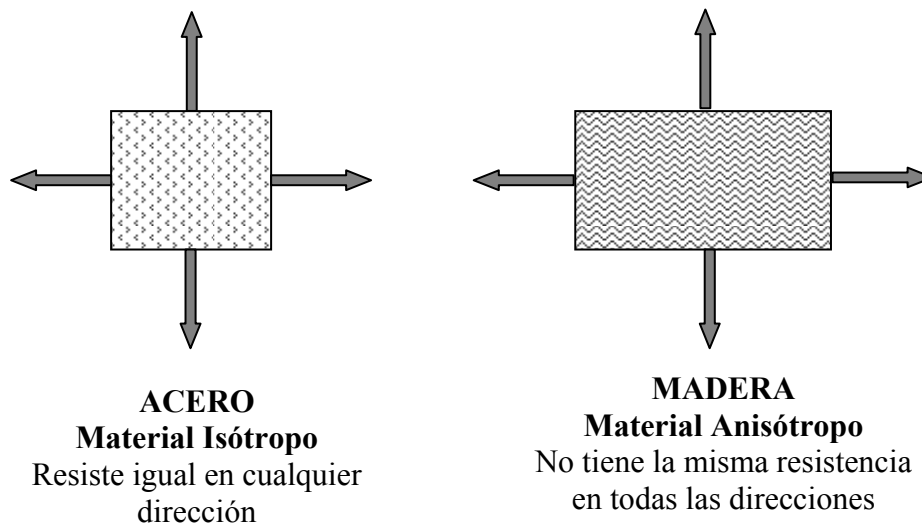
Ejemplo: Dos testigos extraídos de un mismo material, todas sus propiedades físicas (color, olor, peso, etc) y propiedades mecánicas (tensiones y deformaciones) tiene que ser las mismas.



1.3.3 Hipótesis de Isotropía

Se supone que un material tiene las mismas propiedades físicas y mecánicas en todas sus direcciones.

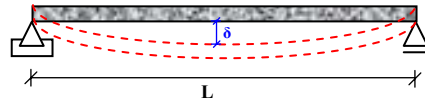
Ejemplo: Si comparamos un material acero, con otro material madera nos daría como resultado que el acero sus propiedades físico, mecánicas son las mismas en todas sus direcciones, en cambio el caso de la madera debido a su composición de sus fibras no todas sus propiedades son las misma en todas sus direcciones como vemos en el esquema.



1.3.4 Hipótesis de Rigidez

Se supone que las deformaciones son pequeñas con relación a las dimensiones del cuerpo deformado.

Ejemplo:



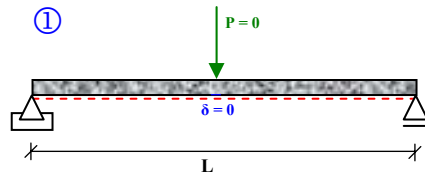
$$\delta \lll L$$

La deformación es mucho más pequeña que la longitud

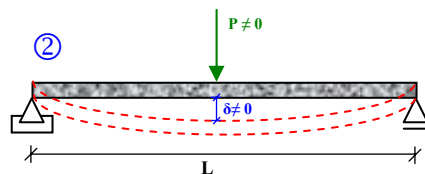
1.3.5 Hipótesis de Elasticidad perfecta

Se supone que todo sólido en estudio, recupera totalmente su deformación al retirar la carga que produce dicha deformación.

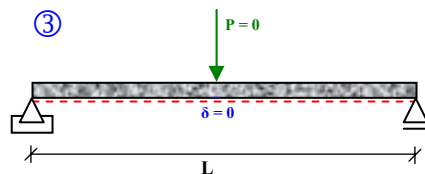
Ejemplo:



Estado Inicial: No tiene peso ni deformación



Estado de carga: tiene peso y se deforma

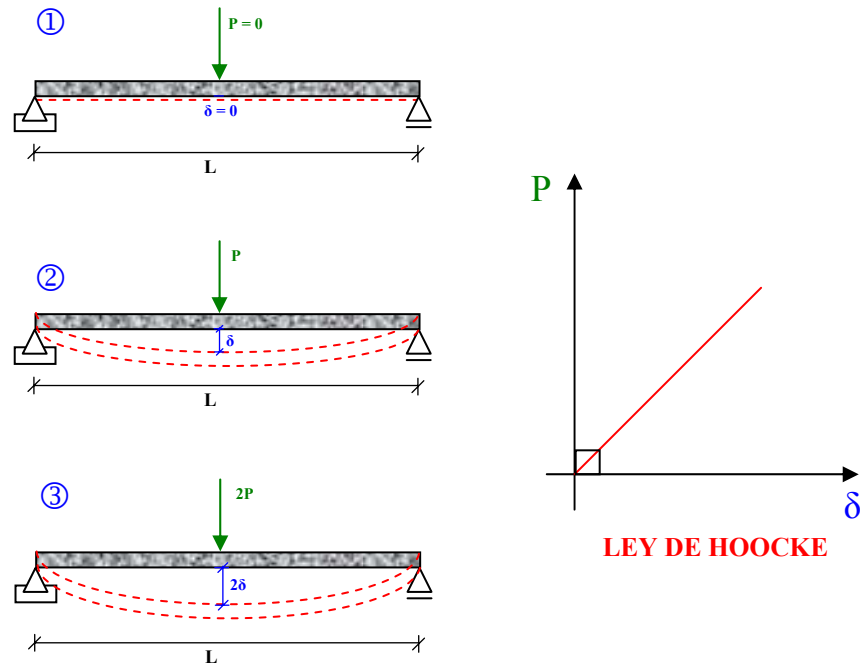


Estado de descarga: Se retira el peso y el elemento recupera su estado inicial

1.3.6 Hipótesis de Dependencia lineal entre carga y deformación

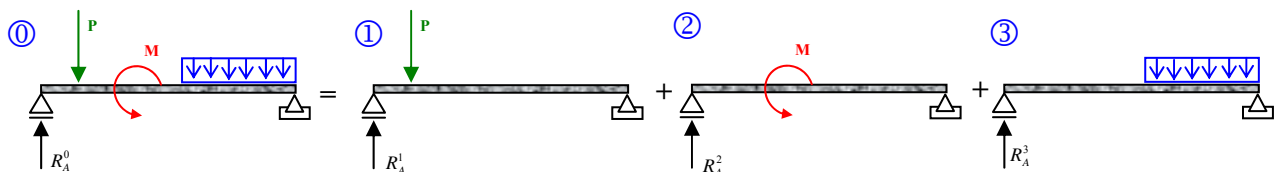
Se supone que existe una dependencia lineal entre la carga aplicada y la deformación producida.

Ejemplo:



• Principio De superposición de Efectos

Se considera que el efecto producido por un conjunto de cargas externas a una estructura es igual a la suma de los efectos producidos por cada una de ellas que componen el conjunto de cargas externas.

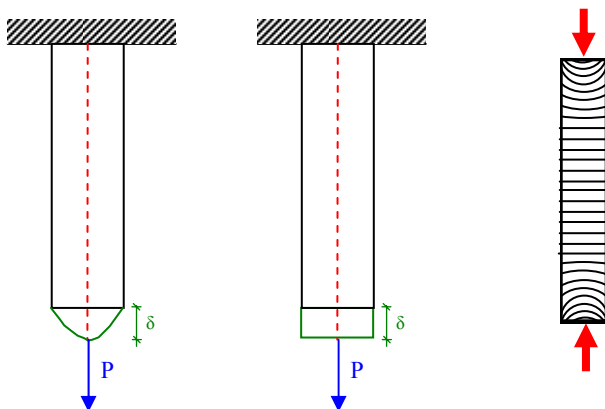


$$R_A^0 = R_A^1 + R_A^2 + R_A^3$$

$$M_{a-a}^0 = M_{a-a}^1 + M_{a-a}^2 + M_{a-a}^3$$

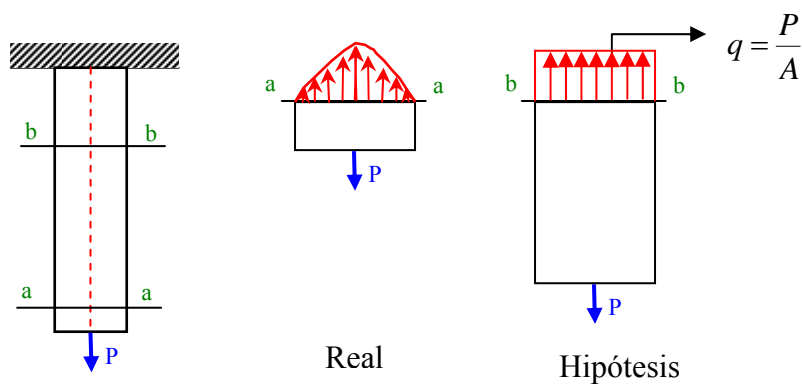
1.3.7 Hipótesis de Bernoulli o de secciones planas

Se supone que las secciones planas trazadas perpendicularmente al eje de la barra, alejada un poco en el punto de aplicación de la carga, en el proceso de su deformación, se mantienen planas y perpendiculares a dicho eje.



1.3. Hipótesis de Saint Venant o Hipótesis de distribución uniforme de cargas.

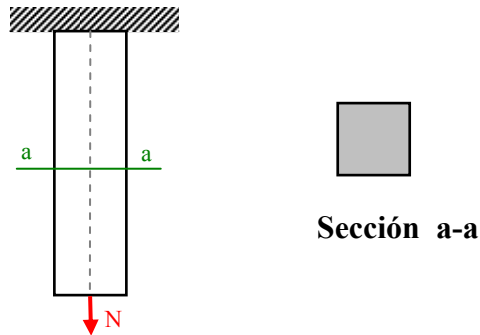
Se supone que al aplicar una carga en una sección plana y perpendicular al eje la respuesta en otra sección un poco alejada del punto de aplicación es una carga uniformemente



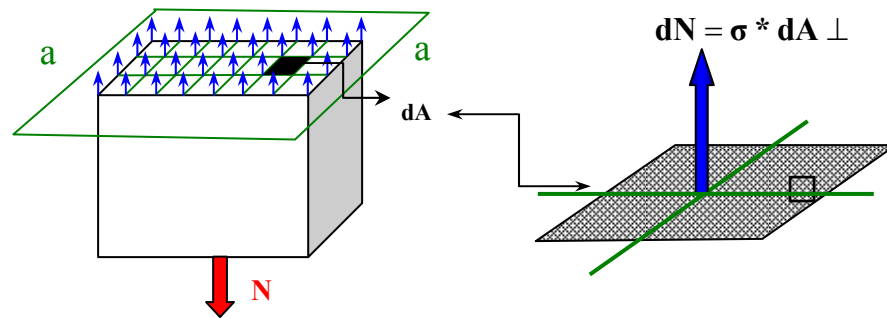
1.4 Esfuerzos internos

1.4.1 Tensiones Normales

Sea un elemento sometido a fuerzas normales como muestra la figura:



Lo que queremos saber es la respuesta interna que se presenta en cualquier sección normal a la fuerza N como la sección a-a. Aplicando la Hipótesis de Saint Venant:



σ = Esfuerzo interno normal (**TENSIÓN NORMAL**)

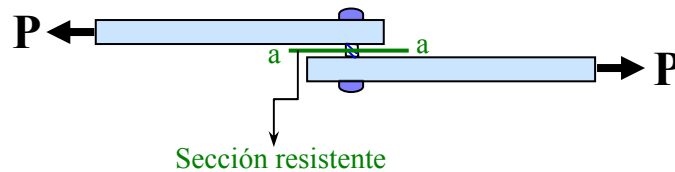
$$\int_0^N dN = \int_0^N \sigma * dA \perp$$

$$N = \sigma * A \perp, \text{ entonces: } \sigma = \frac{N}{A} \left[\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right]$$

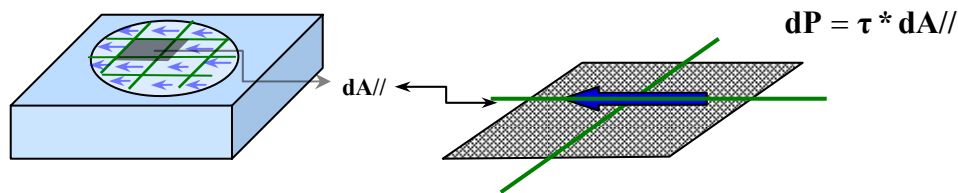
La tensión normal es la carga aplicada que actúa perpendicularmente al área.

1.4.2 Tensión Cortante

Sean dos chapas unidas mediante un roblón o perno como muestra la figura:



Lo que queremos saber es la respuesta interna que se presenta en la sección paralela a la fuerza del roblón, aplicando la hipótesis de Saint Venant:



τ = Esfuerzo interno de corte (**TENSIÓN CORTANTE**)

$$\int_0^P dP = \int_0^P \tau * dA_{//}$$

$$P = \tau * A_{//}, \text{ entonces: } \tau = \frac{P}{A} \left[\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right]$$

Tensión cortante es la fuerza aplicada a una sección paralela o transversal a ella.

Ejemplo 1:

Sea la estructura mostrada en la figura, sometida a esfuerzos internos normales, determinar las distintas secciones que se presentan, considerando que la sección 1 – 1 es cuadrada y la sección 2 – 2 es circular.

Datos

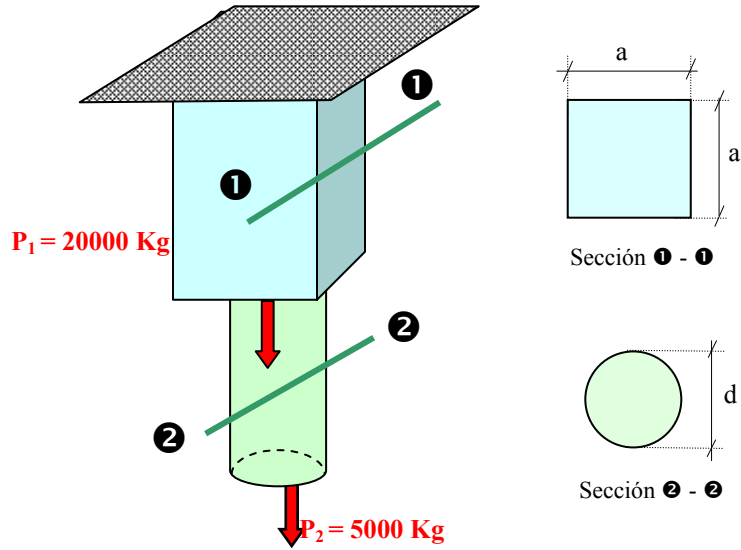
$$\sigma_{\text{Adm}} = 1200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P_1 = 20000 \text{ Kg}$$

$$P_2 = 5000 \text{ Kg}$$

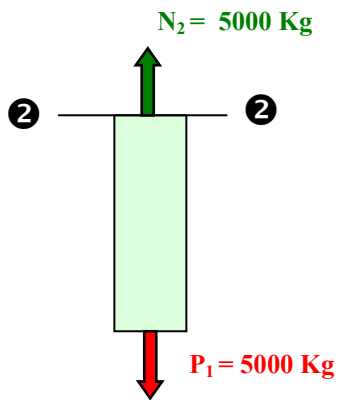
Incógnitas

Dimensiones a, d

**Solución:**

Aplicando $\sigma = \frac{N}{A}$ y despejando A de la fórmula se tiene: $A \perp = \frac{N}{\sigma_{\text{Adm}}}$

Para la sección 2 - 2



Sabemos que:

$$N_2 = 5000 \text{ Kg}$$

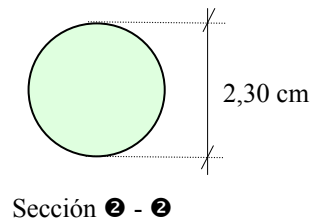
$$\sigma_{\text{Adm}} = 1200 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A \perp = \frac{\pi * d^2}{4}$$

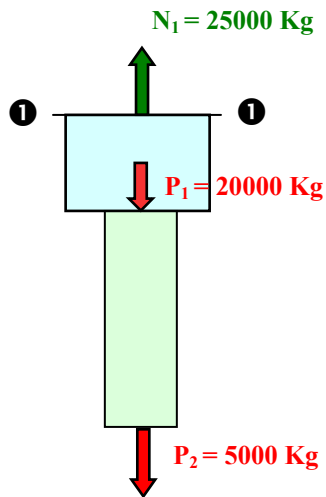
Reemplazando en la fórmula se determina el valor de “d”

$$\frac{\pi * d^2}{4} = \frac{5000 \text{ Kg}}{1200 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 * 5000 \text{ Kg}}{\pi * 1200 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}}}, \text{ por tanto: } d = 2.30 \text{ cm}$$

Luego la sección tendrá las siguientes dimensiones:



Para la sección 1 - 1



Sabemos que:

$$N_1 = 25000 \text{ Kg}$$

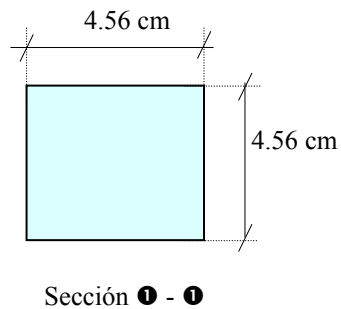
$$\sigma_{Adm} = 1200 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A \perp = a^2$$

Reemplazando en la fórmula se determina el valor de "a"

$$a^2 = \frac{25000 \text{ Kg}}{1200 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{25000 \text{ Kg}}{1200 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}}}, \text{ por tanto: } a = 4.56 \text{ cm}$$

Luego la sección tendrá las siguientes dimensiones:



Ejemplo 2:

Sea un sistema estructural que consta de 3 piezas unidas mediante pernos de 1 cm. de diámetro, calcule el esfuerzo cortante que se produce en las secciones de los pernos.

Datos

$$\phi = 1 \text{ cm}$$

$$P = 1000 \text{ Kg}$$

Incógnitas

$$\tau_{\text{e-o}}$$

$$\tau_{\text{e-e}}$$

Solución: Aplicando $\tau = \frac{P}{A}$

Roblón N° 2

Sabemos que: $P_2 = 1000 \text{ Kg}$.

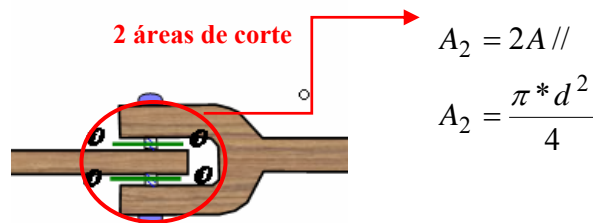
$$A_2 = \frac{\pi * d^2}{4}$$

Reemplazando:

$$\tau = \frac{1000 \text{ Kg}}{\frac{\pi * (1 \text{ cm})^2}{4}} \Rightarrow \tau = 1273 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

Roblón N° 1

Sabemos que: $P_1 = 1000 \text{ Kg}$.



Reemplazando:

$$\tau = \frac{1000 \text{ Kg}}{2 \frac{\pi * (1 \text{ cm})^2}{4}} \Rightarrow \tau = 636 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

Ejemplo 3:

Determinar los diámetros de las barras elásticas mostradas en la siguiente figura, además dimensionar el pasador aplicado en el punto A.

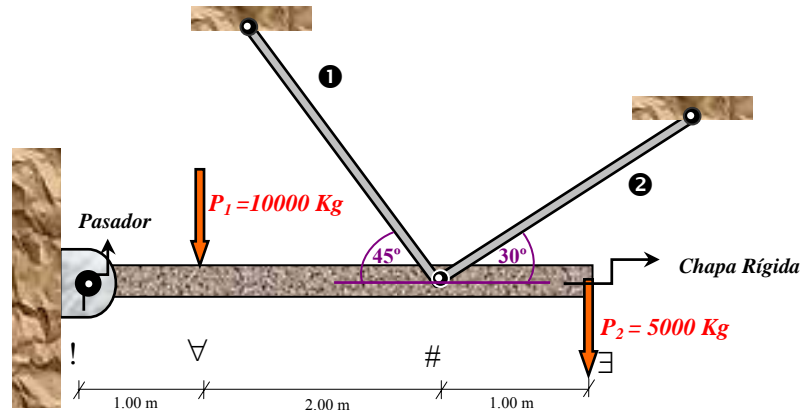
Datos

$$\sigma_{\text{Adm.}} = 1200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\text{Adm.}} = 500 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P_1 = 10000 \text{ Kg}$$

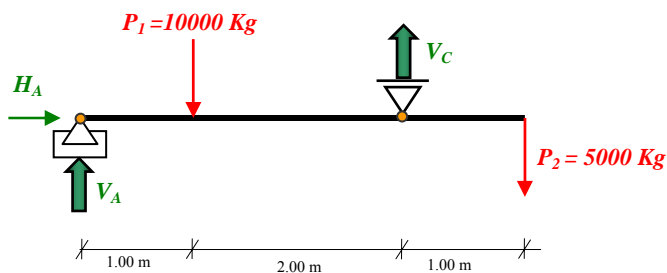
$$P_2 = 5000 \text{ Kg}$$

**Incógnitas**

Dimensionar barras ① y ②

Dimensionar pasador

Solución: Representando el esquema isostáticamente:



$$\sum M_A = 0$$

$$1000 \cdot (1) - V_C \cdot (3) + 5000 \cdot (4) = 0$$

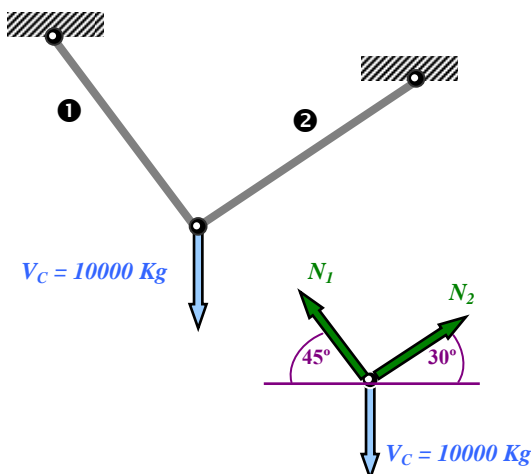
$$V_C = 10000 \text{ Kg}$$

$$\sum F_V = 0$$

$$V_A - 10000 + 10000 - 5000 = 0$$

$$V_A = 5000 \text{ Kg}$$

Para el punto #



$$\sum F_V = 0$$

$$N_2 \sin 30^\circ + N_1 \sin 45^\circ = 10000 \dots (A)$$

$$\sum F_H = 0$$

$$N_2 \cos 30^\circ = N_1 \sin 45^\circ \dots (B)$$

$$N_1 = 8965 \text{ Kg}$$

$$N_2 = 7320 \text{ Kg}$$

Para las barras ❶ y ❷:

Aplicando $\sigma = \frac{N}{A}$ y despejando A de la fórmula se tiene: $A \perp = \frac{N}{\sigma_{Adm}}$ pero $A = \frac{\pi * d^2}{4}$

$$\frac{\pi * \phi^2}{4} = \frac{N}{\sigma_{Adm}} \Rightarrow \phi = \sqrt{\frac{4 * N}{\pi * \sigma_{Adm}}}$$

$$\phi_1 = \sqrt{\frac{4 * 8965}{\pi * 1200}} \Rightarrow \phi_1 = 3.08 \text{ cm}$$

$$\phi_2 = \sqrt{\frac{4 * 7320}{\pi * 1200}} \Rightarrow \phi_2 = 2.79 \text{ cm}$$

Para el pasador:

Aplicando $\tau = \frac{P}{2A}$ y despejando A de la fórmula se tiene: $2A \parallel = \frac{P}{\tau_{Adm}}$

$$2 \frac{\pi * d^2}{4} = \frac{P}{\tau_{Adm}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{2 * P}{\pi * \tau_{Adm}}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{2 * 5000}{\pi * 500}}$$

$$d = 2.52 \text{ cm}$$

Luego las los diámetros de las barras elásticas y el pasador serán:

